П.2. Видове матрици

Съществуват няколко вида матрици, които могат да се разглеждат като частни случаи на дефинираното по-горе определение за матрица.

П.2.1. Квадратна матрица

Квадратната матрица е матрица, при която броят на редовете е равен на броя на стълбовете. Размерността й се записва като $n \times n$. Елементите с еднакви индекси $a_{ii}, i = 1 \div n$ формират т.н. **главен диагонал** на матрицата.

Общият вид на една квадратна матрица е:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3,n-1} & a_{3n} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \cdots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Примери за квадратна матрица:

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 1.4 \\ 2.1 & 1.5 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & -5 & -6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} -2 & 1.2 & 3 & -0.1 \\ 10 & 70 & 2.1 & -10 \\ 15 & -1.2 & 17 & 23 \\ -50 & 1.5 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Матрицата $\mathbf{B}_1$ е квадратна матрица с размерност 2×2 с елементи - реални дробни положителни числа; матрицата $\mathbf{B}_2$ е квадратна матрица с размерност 3×3 с елементи - реални цели числа; матрицата $\mathbf{B}_3$ е квадратна матрица с размерност 4×4 с елементи - реални числа. За краткост вместо да се изписва размерността във вида $n \times n$ е прието да се казва, че квадратната матрица е от *n*-ти ред. Следователно матрицата $\mathbf{B}_1$ е от втори, $\mathbf{B}_2$ - от трети и $\mathbf{B}_3$ - от четвърти ред.

П.2.2. Симетрична матрица

Симетрична матрица е квадратна матрица, за която се изпълнява условието $a_{ij} = a_{ji}, \forall i, j$, т.е. главният диагонал се явява линията на симетрия.

Примери за симетрична матрица:

$$\mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_5 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & 5 \\ 6 & 5 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_6 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 & -0.1 \\ 2 & -2 & 2.1 & -10 \\ -3 & 2.1 & -3 & 20 \\ -0.1 & -10 & 20 & -4 \end{bmatrix}.$$

П.2.3. Антисиметрична матрица

Антисиметрична матрица е квадратна матрица, за която се изпълнява условието $a_{ij} = -a_{ji}, \forall i, j$.

Примери за антисиметрична матрица:

$$\mathbf{B}_7 = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_8 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -4 & 2 & 5 \\ -6 & -5 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_9 = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 & 0.1 \\ 2 & -2 & -2.1 & 10 \\ -3 & 2.1 & -3 & -20 \\ -0.1 & -10 & 20 & -4 \end{bmatrix}.$$

П.2.4. Триъгълна матрица

Триъгълна матрица е квадратна матрица, на която всички елементи под или над главния диагонал са нули. Ако всички елементи под главния диагонал на една квадратна матрица са нули, матрицата се нарича **горна триъгълна матрица**. Ако всички елементи над главния диагонал на една квадратна матрица са нули, матрицата се нарича **долна триъгълна матрица**.

Примери за триъгълна матрица:

$$\mathbf{B}_{10} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{11} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & -4 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{12} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}.$$

Матрицата $\mathbf{B}_{10}$ е горна триъгълна матрица от трети ред, матрицата $\mathbf{B}_{11}$ е долна триъгълна матрица от четвърти ред, а матрицата $\mathbf{B}_{12}$ е горна триъгълна матрица от пети ред.

П.2.5. Диагонална матрица

Диагонална матрица е квадратна матрица, на която всички елементи, освен тези по главния диагонал, са нули.

Примери за диагонална матрица:

$$\mathbf{B}_{13} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3.5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}_{14} = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 \\ 0 & 5+j5 & 0 \\ 0 & 0 & -2.7 \end{bmatrix}.$$

П.2.6. Скаларна матрица

Скаларна матрица е диагонална матрица, на която всички елементи по главния диагонал са равни.

Примери за скаларна матрица:

$$\mathbf{B}_{15} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}_{16} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

П.2.7. Единична матрица

Единична матрица е диагонална матрица, на която всички елементи по главния диагонал са единици. Прието е единичните матрици да се означават с буквата **I**.

Примери за единична матрица:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

П.2.8. Нулева матрица

Нулева матрица е матрица, на която всички елементи са нули. За разлика от единичната матрица, не е задължително нулевата матрица да е квадратна. Прието е нулевите матрици да се означават с **0**.

Примери за нулева матрица:

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

П.2.9. Матрица-ред (вектор-ред)

Матрица-ред или вектор-ред се нарича матрица, която се състои само от един ред ($n = 1$). Прието е матриците-ред да се означават с малки букви от латинската азбука с удебелен шрифт. Обикновено за имена на вектори се използват последните букви от азбуката - **x**, **y**, **z**. Общият вид на матрица-ред е:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_m \end{bmatrix}.$$

Тъй като матрицата има само един ред, е достатъчен само един индекс за означаване на отделните елементи.

Примери за матрица-ред:

$$\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & -2 & 5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

П.2.10. Матрица-стълб (вектор-стълб)

Матрица-стълб или вектор-стълб се нарича матрица, която се състои само от един стълб ($m = 1$). При означаването на матриците-стълб важат същите правила, като тези за матриците-ред. Общият вид на матрица-стълб е:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}.$$

Елементите на матрицата-стълб също имат само по един индекс.

Примери за матрица-стълб:

$$\mathbf{y}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \ \mathbf{y}_4 = \begin{bmatrix} -0.1 \\ 2 \\ 7.3 \end{bmatrix}.$$

П.2.11. Комплексно-спрегната матрица

Комплексно-спрегната матрица е матрица, елементите на която са комлексно-спрегнатите числа на елементите на оригиналната матрица. Ако даден елемент е реално число, той не се променя. Комплексно-спрегнатата матрица на една матрица $\mathbf{A}$ се означава с $\mathbf{A}^*$.

Примери за комплексно-спрегната матрица:

$$\mathbf{B}_{17} = \begin{bmatrix} -1 + j2 & 2 - j \\ 5 - j3 & 3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}_{17}^{*} = \begin{bmatrix} -1 - j2 & 2 + j \\ 5 + j3 & 3 \end{bmatrix}.$$

П.2.12. Скалар

Скаларът е матрица с един ред и един стълб, т.е. само с един елемент. Най-общо скаларът е величина, чиято стойност може да се изрази само с едно число. Необходимо е да се прави разлика между понятията скаларна матрица и скалар.