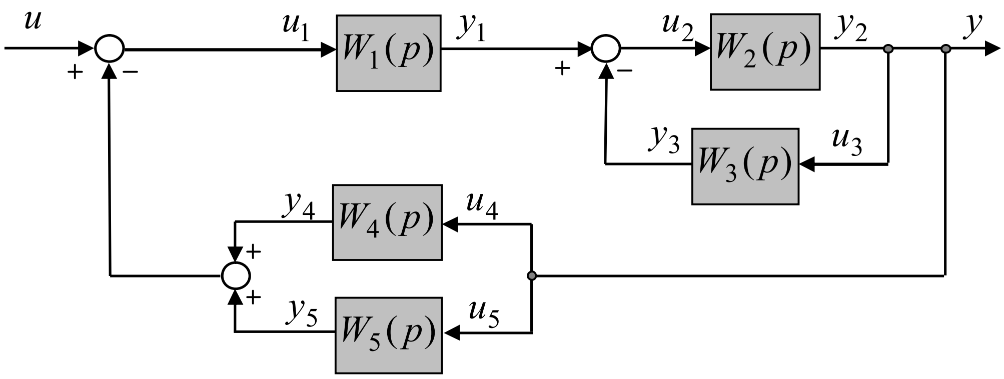
Пример 1.18. Да се представи в пространството на състоянието система, чиято структурна схема е показана на фиг. 1.19.



Фиг.1.19. Структурна схема на системата от пример 1.18

Предавателните функции на изграждащите системата звена са:

$$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1 p + 1},\ W_2(p) = \frac{k_2 T_2 p}{T_2 p + 1},\ W_3(p) = \frac{k_3}{T_3 p + 1},$$

$$W_4(p) = \frac{1}{T_4 p},\ W_5(p) = \frac{k_5}{T_5 p + 1}.$$

Решение. Последователно всяко от звената ще бъде представено във ФККФ (1.96).

Звената с предавателни функции $W_1(p)$, $W_3(p)$ и $W_5(p)$ са от един и същи тип - апериодично звено от първи ред. От предавателната функция на първото звено може да се изведе диференциалното му уравнение:

$$T_1 \dot{y}(t) + y(t) = k_1 u(t).$$

Уравнението е от първи ред, съответно за представянето на тази система в пространството на състоянието е необходима една променлива на състоянието, но коефициентът a_0 не е единица, а T_1. След разделяне на лявата и дясната част на уравнението на T_1 то добива вида:

$$\dot{y}(t) + \frac{1}{T_1} y(t) = \frac{k_1}{T_1} u(t).$$

Коефициентите на уравнението са:

$$a_1 = \frac{1}{T_1},\ b_0 = 0,\ b_1 = \frac{k_1}{T_1}\ .$$

Записът на системата в пространството на състоянието е:

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1 u_1(t),$$
$$y_1(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{D}_1 u_1(t),$$

където:

$$\mathbf{x}_1(t) = [x_1(t)].$$

Матриците **A**, **B**, **C**, **D** на звеното се получават по шаблонните матрици (1.96):

$$\mathbf{A}_1=\left[-\frac{1}{T_1}\right],\ \mathbf{B}_1=\left[\frac{k_1}{T_1}\right],\ \ \mathbf{C}_1=[1],\ \ \mathbf{D}_1=[0].$$

По аналогичен начин се представят в пространството на състоянието третото и петото звена, които са еднотипни с първото:

$$\dot{\mathbf{x}}_3(t)=\mathbf{A}_3\mathbf{x}_3(t)+\mathbf{B}_3u_3(t),$$
$$y_3(t)=\mathbf{C}_3\mathbf{x}_3(t)+\mathbf{D}_3u_3(t),$$

където:

$$\mathbf{A}_3=\left[-\frac{1}{T_3}\right],\ \mathbf{B}_3=\left[\frac{k_3}{T_3}\right],\ \ \mathbf{C}_3=[1],\ \ \mathbf{D}_3=[0]$$

и

$$\dot{\mathbf{x}}_5(t)=\mathbf{A}_5\mathbf{x}_5(t)+\mathbf{B}_5u_5(t),$$
$$y_5(t)=\mathbf{C}_5\mathbf{x}_5(t)+\mathbf{D}_5u_5(t),$$

където:

$$\mathbf{A}_5=\left[-\frac{1}{T_5}\right],\ \mathbf{B}_5=\left[\frac{k_5}{T_5}\right],\ \ \mathbf{C}_5=[1],\ \ \mathbf{D}_5=[0].$$

Звеното $W_2(p)$ е реално-диференциращо звено с уравнение:

$$T_2\dot{y}(t)+y(t)=k_2T_2\dot{u}(t),$$

или в нормализиран вид:

$$\dot{y}(t)+\frac{1}{T_2}y(t)=k_2\dot{u}(t).$$

Коефициентите на уравнението са:

$$a_1=\frac{1}{T_2},\ b_0=k_2,\ b_1=0.$$

Записът на системата в пространството на състоянието е:

$$\dot{\mathbf{x}}_2(t)=\mathbf{A}_2\mathbf{x}_2(t)+\mathbf{B}_2u_2(t),$$
$$y_2(t)=\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t)+\mathbf{D}_2u_2(t),$$

където:

$$\mathbf{x}_2(t)=[x_2(t)].$$

Коефициентът в матрицата **B** е $\beta_1=b_1-a_1\beta_0$, където $\beta_0=b_0=k_2$.

Матриците **A**, **B**, **C**, **D** на звеното се получават по шаблонните матрици (1.96):

$$\mathbf{A}_2=\left[-\frac{1}{T_2}\right],\ \mathbf{B}_2=\left[-\frac{k_2}{T_2}\right],\ \ \mathbf{C}_2=[1],\ \ \mathbf{D}_2=[k_2].$$

Звеното $W_4(p)$ е интегриращо звено с уравнение:

$$T_4\dot{y}(t)=u(t),$$

или в нормализиран вид:

$$\dot{y}(t)+0.y(t)=\frac{1}{T_4}u(t).$$

Коефициентите на уравнението са:

$$a_1 = 0,\, b_0 = 0,\, b_1 = \frac{1}{T_4}.$$

Записът на системата в пространството на състоянието е:

$$\dot{\mathbf{x}}_4(t) = \mathbf{A}_4 \mathbf{x}_4(t) + \mathbf{B}_4 u_4(t),$$
$$y_4(t) = \mathbf{C}_4 \mathbf{x}_4(t) + \mathbf{D}_4 u_4(t),$$

където:

$$\mathbf{x}_4(t) = \left[x_4(t)\right].$$

Матриците **A**, **B**, **C**, **D** на звеното са:

$$\mathbf{A}_4 = [0],\ \mathbf{B}_4 = \left[\frac{1}{T_4}\right],\ \ \mathbf{C}_4 = [1],\ \ \mathbf{D}_4 = [0].$$

На структурната схема от фиг. 1.19 с u_i и y_i са означени входовете и изходите на всяко от звената. Връзките между отделните звена се отчитат чрез изразяване на всеки от входните сигнали u_i чрез изходите y_i и входът на системата u:

$$u_1(t) = u(t) - y_4(t) - y_5(t),$$
$$u_2(t) = y_1(t) - y_3(t),$$
$$u_3(t) = y_2(t),$$
$$u_4(t) = y_2(t),$$
$$u_5(t) = y_2(t).$$

Всеки от изходните сигнали $y_i(t)$ се замества със съответното уравнение на изхода от индивидуалното представяне на съответното звено в пространството на състоянието, дадено по-горе:

$$u_1(t) = u(t) - \mathbf{C}_4 \mathbf{x}_4(t) - \mathbf{C}_5 \mathbf{x}_5(t),$$
$$u_2(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3 \mathbf{x}_3(t),$$
$$u_3(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 u_2(t),$$
$$u_4(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 u_2(t),$$
$$u_5(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 u_2(t).$$

В горните уравнения е отчетено, че $\mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_3 = \mathbf{D}_4 = \mathbf{D}_5 = [0]$. След заместване на $u_2(t)$ с $\mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3 \mathbf{x}_3(t)$ за индивидуалните входни сигнали се получава:

$$u_1(t) = u(t) - \mathbf{C}_4 \mathbf{x}_4(t) - \mathbf{C}_5 \mathbf{x}_5(t),$$
$$u_2(t) = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3 \mathbf{x}_3(t),$$
$$u_3(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 \left(\mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3 \mathbf{x}_3(t)\right),$$
$$u_4(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 \left(\mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3 \mathbf{x}_3(t)\right),$$
$$u_5(t) = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 \left(\mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3 \mathbf{x}_3(t)\right).$$

Получените изрази се заместват в уравненията на състоянието за всяко от звената:

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1 u_1(t) = \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1\big(u(t) - \mathbf{C}_4\mathbf{x}_4(t) - \mathbf{C}_5\mathbf{x}_5(t)\big),$$
$$\dot{\mathbf{x}}_2(t) = \mathbf{A}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2 u_2(t) = \mathbf{A}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2\big(\mathbf{C}_1\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3\mathbf{x}_3(t)\big),$$
$$\dot{\mathbf{x}}_3(t) = \mathbf{A}_3\mathbf{x}_3(t) + \mathbf{B}_3 u_3(t) = \mathbf{A}_3\mathbf{x}_3(t) + \mathbf{B}_3\big[\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2\big(\mathbf{C}_1\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3\mathbf{x}_3(t)\big)\big],$$
$$\dot{\mathbf{x}}_4(t) = \mathbf{A}_4\mathbf{x}_4(t) + \mathbf{B}_4 u_4(t) = \mathbf{A}_4\mathbf{x}_4(t) + \mathbf{B}_4\big[\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2\big(\mathbf{C}_1\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3\mathbf{x}_3(t)\big)\big],$$
$$\dot{\mathbf{x}}_5(t) = \mathbf{A}_5\mathbf{x}_5(t) + \mathbf{B}_5 u_5(t) = \mathbf{A}_5\mathbf{x}_5(t) + \mathbf{B}_5\big[\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2\big(\mathbf{C}_1\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3\mathbf{x}_3(t)\big)\big].$$

Ако се дефинира обобщения вектор на състоянието на цялата система:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \end{bmatrix},$$

то горните уравнения могат да се представят във вида:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t),$$

където обобщените матрици на състоянието **A** и на входа **B** на цялата система са:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 & 0 & -\mathbf{B}_1\mathbf{C}_4 & -\mathbf{B}_1\mathbf{C}_5 \\ \mathbf{B}_2\mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_2 & -\mathbf{B}_2\mathbf{C}_3 & 0 & 0 \\ \mathbf{B}_3\mathbf{D}_2\mathbf{C}_1 & \mathbf{B}_3\mathbf{C}_2 & \mathbf{A}_3 - \mathbf{B}_3\mathbf{D}_2\mathbf{C}_3 & 0 & 0 \\ \mathbf{B}_4\mathbf{D}_2\mathbf{C}_1 & \mathbf{B}_4\mathbf{C}_2 & -\mathbf{B}_4\mathbf{D}_2\mathbf{C}_3 & \mathbf{A}_4 & 0 \\ \mathbf{B}_5\mathbf{D}_2\mathbf{C}_1 & \mathbf{B}_5\mathbf{C}_2 & -\mathbf{B}_5\mathbf{D}_2\mathbf{C}_3 & 0 & \mathbf{A}_5 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

От структурната схема се вижда, че изходният сигнал на система е:

$$y(t) = y_2(t).$$

От уравнението на изхода на второто звено за изходния сигнал на системата следва:

$$y(t) = \mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 u_2(t) = \mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2\big(\mathbf{C}_1\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3\mathbf{x}_3(t)\big),$$

като този израз може да се преобразува в стандартния запис на уравнението на изхода на цялата система:

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t),$$

където матриците **C** и **D** са:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_2\mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 & -\mathbf{D}_2\mathbf{C}_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = [0].$$

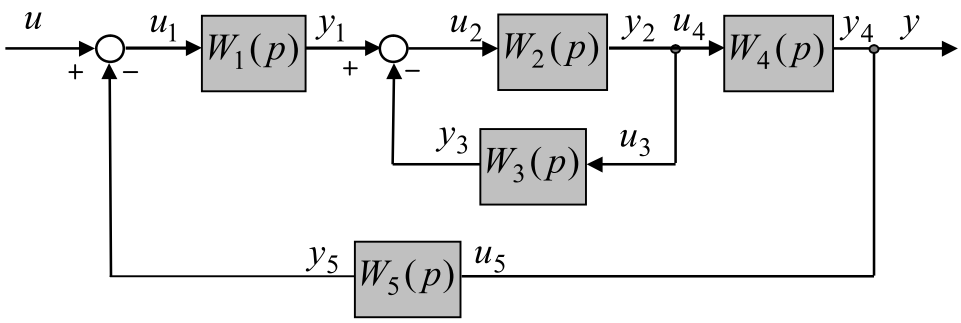
Получените матрици **A**, **B**, **C**, **D** са съставни матрици, тъй като техните елементи са различни комбинации между матриците на отделните звена $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i,\ i = 1 \div 5$.

Окончателният вид на матриците на затворената система **A**, **B**, **C**, **D** се получава след заместване в горните изрази за тях на всички подматрици $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i,\ i = 1 \div 5$, получени на първия етап на решаване на задачата. Тъй като всички звена са от първи ред, редът на затворената система е $n = 5$.

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 & -\frac{k_1}{T_1} & -\frac{k_1}{T_1} \\ -\frac{k_2}{T_2} & -\frac{1}{T_2} & \frac{k_2}{T_2} & 0 & 0 \\ \frac{k_2k_3}{T_3} & \frac{k_3}{T_3} & -\frac{1}{T_3}-\frac{k_2k_3}{T_3} & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{T_4} & \frac{1}{T_4} & -\frac{k_2}{T_4} & 0 & 0 \\ \frac{k_2k_5}{T_5} & \frac{k_5}{T_5} & -\frac{k_2k_5}{T_5} & 0 & -\frac{1}{T_5} \end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix} \frac{k_1}{T_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} k_2 & 1 & -k_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{D}=\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$

Пример 1.19. Да се представи в пространството на състоянието система, чиято структурна схема е показана на фиг. 1.20.



Фиг.1.20. Структурна схема на системата от пример 1.19

Предавателните функции на изграждащите системата звена са:

$$W_1(p)=\frac{k_1}{T_1^2p^2+2\xi T_1p+1},\ W_2(p)=\frac{k_2}{T_2p+1},$$

$$W_3(p)=\frac{1}{T_3p},\ W_4(p)=\frac{k_4}{T_4p+1},\ W_5(p)=\frac{1}{T_5p}.$$

Решение. При представянето на звената във ФККФ трябва да се обърне внимание, че първото звено е от втори ред (колебателно звено). Диференциалното уравнение на звеното $W_1(p)$ е:

$$T_1^2\ddot{y}(t)+2\xi T_1\dot{y}(t)+y(t)=k_1u(t).$$

След разделяне на лявата и дясната част на уравнението на T_1^2 то добива вида:

$$\ddot{y}(t)+\frac{2\xi}{T_1}\dot{y}(t)+\frac{1}{T_1^2}y(t)=\frac{k_1}{T_1^2}u(t).$$

Коефициентите на уравнението са:

$$a_1 = \frac{2\xi}{T_1},\, a_2 = \frac{1}{T_1^2},\; b_0 = 0,\, b_1 = 0,\, b_2 = \frac{k_1}{T_1^2}\;.$$

Записът на системата в пространството на състоянието е:

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1 u_1(t)\,,$$
$$y_1(t) = \mathbf{C}_1\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{D}_1 u_1(t)\,,$$

където:

$$\mathbf{x}_1(t) = \begin{bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{12}(t) \end{bmatrix}.$$

Коефициентите $\beta_i,\ i = 0 \div 2$ от представянето на колебателното звено във ФККФ се пресмятат по формули (1.94):

$$\beta_0 = b_0 = 0,$$
$$\beta_1 = b_1 - a_1\beta_0 = 0,$$
$$\beta_2 = b_2 - a_1\beta_1 - a_2\beta_0 = \frac{k_1}{T_1^2}.$$

Матриците **A**, **B**, **C**, **D** на звеното се получават по шаблонните матрици (1.96):

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{1}{T_1^2} & -\dfrac{2\xi}{T_1} \end{bmatrix},\ \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{k_1}{T_1^2} \end{bmatrix},\ \ \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix},\ \ \mathbf{D}_1 = [0].$$

Второто и четвъртото звена са апериодични. Представянето им в пространството на състоянието е съответно:

$$\dot{\mathbf{x}}_2(t) = \mathbf{A}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2 u_2(t)\,,$$
$$y_2(t) = \mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{D}_2 u_2(t)$$

и

$$\dot{\mathbf{x}}_4(t) = \mathbf{A}_4\mathbf{x}_4(t) + \mathbf{B}_4 u_4(t)\,,$$
$$y_4(t) = \mathbf{C}_4\mathbf{x}_4(t) + \mathbf{D}_4 u_4(t)\,,$$

където векторите на състоянието са:

$$\mathbf{x}_2(t) = [x_2(t)],\ \ \mathbf{x}_4(t) = [x_4(t)],$$

а матриците на апериодично звено са изведени в пример 1.18 и са съответно:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{T_2} \end{bmatrix},\ \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \dfrac{k_2}{T_2} \end{bmatrix},\ \ \ \mathbf{C}_2 = [1],\ \ \ \mathbf{D}_2 = [0]$$

и

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{T_4} \end{bmatrix},\ \mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} \dfrac{k_4}{T_4} \end{bmatrix},\ \ \ \mathbf{C}_4 = [1],\ \ \ \mathbf{D}_4 = [0].$$

Третото и петото звена са интегриращи. Представянето им в пространството на състоянието е съответно:

$$\dot{\mathbf{x}}_3(t) = \mathbf{A}_3\mathbf{x}_3(t) + \mathbf{B}_3 u_3(t)\,,$$
$$y_3(t) = \mathbf{C}_3\mathbf{x}_3(t) + \mathbf{D}_3 u_3(t)\,,$$

и

$$\dot{\mathbf{x}}_5(t) = \mathbf{A}_5\mathbf{x}_5(t) + \mathbf{B}_5 u_5(t),$$
$$y_5(t) = \mathbf{C}_5\mathbf{x}_5(t) + \mathbf{D}_5 u_5(t),$$

където:

$$\mathbf{x}_3(t) = [x_3(t)], \quad \mathbf{x}_5(t) = [x_5(t)],$$
$$\mathbf{A}_3 = [0], \; \mathbf{B}_3 = \left[\frac{1}{T_3}\right], \quad \mathbf{C}_3 = [1], \quad \mathbf{D}_3 = [0],$$
$$\mathbf{A}_5 = [0], \; \mathbf{B}_5 = \left[\frac{1}{T_5}\right], \quad \mathbf{C}_5 = [1], \quad \mathbf{D}_5 = [0].$$

На структурната схема от фиг. 1.20 с u_i и y_i са означени входовете и изходите на звената. Входните сигнали u_i, изравени чрез изходите y_i и входът на системата u са:

$$u_1(t) = u(t) - y_5(t),$$
$$u_2(t) = y_1(t) - y_3(t),$$
$$u_3(t) = y_2(t),$$
$$u_4(t) = y_2(t),$$
$$u_5(t) = y_4(t).$$

Замествайки уравненията на изхода на отделните звена в горните изрази се получава:

$$u_1(t) = u(t) - \mathbf{C}_5\mathbf{x}_5(t),$$
$$u_2(t) = \mathbf{C}_1\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3\mathbf{x}_3(t),$$
$$u_3(t) = \mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t),$$
$$u_4(t) = \mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t),$$
$$u_5(t) = \mathbf{C}_4\mathbf{x}_4(t).$$

В горните уравнения е отчетено, че всички матрици на обхода $\mathbf{D}_i = [0], \; i = 1 \div 5$.

Уравненията на състоянието на отделните звена с отчитане на получените изрази за входните им сигнали са:

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1 u_1(t) = \mathbf{A}_1\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1\big(u(t) - \mathbf{C}_5\mathbf{x}_5(t)\big),$$
$$\dot{\mathbf{x}}_2(t) = \mathbf{A}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2 u_2(t) = \mathbf{A}_2\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2\big(\mathbf{C}_1\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{C}_3\mathbf{x}_3(t)\big),$$
$$\dot{\mathbf{x}}_3(t) = \mathbf{A}_3\mathbf{x}_3(t) + \mathbf{B}_3 u_3(t) = \mathbf{A}_3\mathbf{x}_3(t) + \mathbf{B}_3\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t),$$
$$\dot{\mathbf{x}}_4(t) = \mathbf{A}_4\mathbf{x}_4(t) + \mathbf{B}_4 u_4(t) = \mathbf{A}_4\mathbf{x}_4(t) + \mathbf{B}_4\mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(t),$$
$$\dot{\mathbf{x}}_5(t) = \mathbf{A}_5\mathbf{x}_5(t) + \mathbf{B}_5 u_5(t) = \mathbf{A}_5\mathbf{x}_5(t) + \mathbf{B}_5\mathbf{C}_4\mathbf{x}_4(t).$$

Уравненията на състоянието могат да се представят чрез обобщения векторно-матричен запис:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t),$$

което е и уравнението на състоянието на затворената система.

Следователно търсените матрици **A** и **B** на системата от фиг. 1.20 са:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 & 0 & 0 & -\mathbf{B}_1\mathbf{C}_5 \\ \mathbf{B}_2\mathbf{C}_1 & \mathbf{A}_2 & -\mathbf{B}_2\mathbf{C}_3 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_3\mathbf{C}_2 & \mathbf{A}_3 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_4\mathbf{C}_2 & 0 & \mathbf{A}_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_5\mathbf{C}_4 & \mathbf{A}_5 \end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Изходният сигнал на системата е:

$$y(t)=y_4(t).$$

От уравнението на изхода на четвъртото звено за изходния сигнал на системата следва:

$$y(t)=\mathbf{C}_4\mathbf{x}_4(t).$$

Следователно в уравнението на изхода на затворената система:

$$y(t)=\mathbf{C}\mathbf{x}(t)+\mathbf{D}u(t),$$

матриците **C** и **D** са:

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_4 & 0\end{bmatrix},\quad \mathbf{D}=[0].$$

При заместване на матриците $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i,\ i=1\div 5$ в матриците на затворената система **A**, **B**, **C**, **D** следва да се отчете, че първото звено е от втори ред, т.е. разширеният вектор на състоянието на системата от фиг. 1.20 е:

$$\mathbf{x}(t)=\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \\ \mathbf{x}_3(t) \\ \mathbf{x}_4(t) \\ \mathbf{x}_5(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{12}(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \end{bmatrix}.$$

и системата реално е от шести ред.

Окончателно за матриците на затворената система **A**, **B**, **C**, **D** се получава:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{T_1^2} & -\frac{2\xi}{T_1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_1}{T_1^2} \\ \frac{k_2}{T_2} & 0 & -\frac{1}{T_2} & -\frac{k_2}{T_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_4}{T_4} & 0 & -\frac{1}{T_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_5} & 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_1}{T_1^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix},\qquad \mathbf{D}=[0].$$