1.4.1.4. ФККФ за системи, описвани с диференциално уравнение с производни в дясната част - вариант В (наблюдаема канонична форма)

При тази канонична форма, която освен като *наблюдаема* е известна и като *дуална канонична форма*, променливите на състоянието се избират по схемата:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = -a_n y(t) + b_n u(t),\\
&\dot{x}_2(t) = x_1(t) - a_{n-1} y(t) + b_{n-1} u(t),\\
&\dot{x}_3(t) = x_2(t) - a_{n-2} y(t) + b_{n-2} u(t),\\
&\vdots\\
&\dot{x}_{n-1}(t) = x_{n-2}(t) - a_2 y(t) + b_2 u(t),\\
&\dot{x}_n(t) = x_{n-1}(t) - a_1 y(t) + b_1 u(t).
\end{aligned} \tag{1.102}$$

Уравнения (1.102) ще бъдат еквивалентни на изходното диференциално уравнение (1.89), ако изходният сигнал се замести с израза:

$$y(t) = x_n(t) + b_0 u(t)\,. \tag{1.103}$$

Ако изразът (1.103) се замести в уравненията (1.102), те добиват вида:

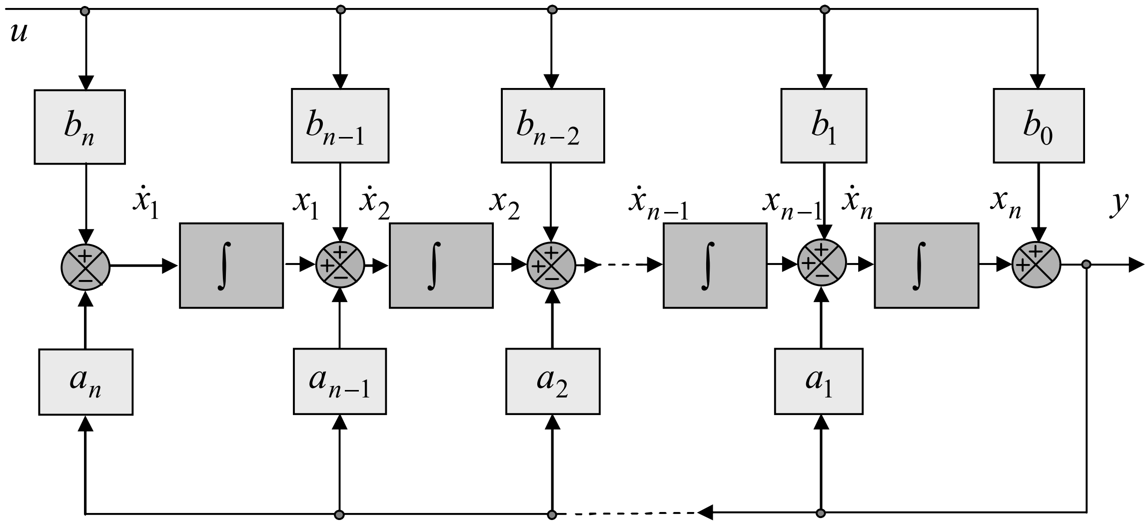
$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = -a_n x_n(t) - b_0 a_n u(t) + b_n u(t),\\
&\dot{x}_2(t) = x_1(t) - a_{n-1} x_n(t) - b_0 a_{n-1} u(t) + b_{n-1} u(t),\\
&\dot{x}_3(t) = x_2(t) - a_{n-2} x_n(t) - b_0 a_{n-2} u(t) + b_{n-2} u(t),\\
&\vdots\\
&\dot{x}_{n-1}(t) = x_{n-2}(t) - a_2 x_n(t) - b_0 a_2 u(t) + b_2 u(t),\\
&\dot{x}_n(t) = x_{n-1}(t) - a_1 x_n(t) - b_0 a_1 u(t) + b_1 u(t).
\end{aligned} \tag{1.104}$$

След записването на уравнения (1.103) и (1.104) във векторно-матирчен вид, за матриците на системата в пространството на състоянието се получава:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1} \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_n - b_0 a_n \\ b_{n-1} - b_0 a_{n-1} \\ \vdots \\ b_2 - b_0 a_2 \\ b_1 - b_0 a_1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} b_0 \end{bmatrix}. \tag{1.105}$$

На фиг. 1.14 е представена блоковата схема на наблюдаемата канонична форма. Схемата представя уравнения (1.102) и (1.103). Тази канонична форма се нарича наблюдаема, тъй като система, представена в нея, винаги е наблюдаема.



Фиг.1.14. Блокова схема на ФККФ за системи, представяни с диференциални уравнения с производни на входния сигнал - вариант В

Между матриците на една система, представена съответно в управляема и в наблюдаема канонични форми съществуват връзки, които могат лесно да се видят от шаблонните матрици (1.101) и (1.102). Нека матриците на система в управляема канонична форма са: $\mathbf{A}_у, \mathbf{B}_у, \mathbf{C}_у, \mathbf{D}_у$, а матриците на същата система в наблюдаема канонична форма: $\mathbf{A}_н, \mathbf{B}_н, \mathbf{C}_н, \mathbf{D}_н$. Връзките между матриците в двете канонична форми са:

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_н &= \mathbf{A}_у^T,\\ \mathbf{B}_н &= \mathbf{C}_у^T,\\ \mathbf{C}_н &= \mathbf{B}_у^T,\\ \mathbf{D}_н &= \mathbf{D}_у.\end{aligned} \tag{1.106}$$

Пример 1.12. Да се представи в пространството на състоянието в наблюдаема канонична форма системата от пример 1.11.

Решение. Тъй като в пример 1.11 системата беше представена в управляемата канонична форма, то за матриците на системата в наблюдаема канонична форма от (1.106) следва:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{D} = [1].$$