1.4. Представяне на системи в пространството на състоянието в канонични форми

Каноничните форми са начин за представяне на системи за управление в пространството на състоянието по определени правила, като изходната точка при тях е математичният модел на системата от тип диференциално уравнение или предавателна функция. Това са основните модели, които се използват в класическата теория на управлението.

Основният параметричен модел на една линейна стационарна непрекъсната система с един вход и един изход, който дава връзката между изходната й величина $y(t)$ и входната $u(t)$, е линейно диференциално уравнение с постоянни коефициенти от вида:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = \\ = b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + b_{m-1} \frac{du(t)}{dt} + b_m u(t), \tag{1.80}$$

където структурният параметър $n \geq m$ определя реда на системата.

Друг основен модел, който се получава директно от модела (1.80), е предавателната функция на системата. Под предавателна функция на система се разбира съотношението на преобразуваните по Лаплас изходна към входна величини при нулеви начални условия. Предавателната функция се означава с $W(p)$:

$$W(p) = \frac{L\{y(t)\}}{L\{u(t)\}} = \frac{y(p)}{u(p)}. \tag{1.81}$$

При преобразуването по Лаплас на уравнение (1.80) при нулеви начални условия производните на $y(t)$ и $u(t)$ се заместват със степени на оператора p според зависимостите:

$$\frac{d}{dt} \equiv p; \quad \frac{d^2}{dt^2} \equiv p^2; \;\; \ldots\ldots \; ; \frac{d^n}{dt^n} \equiv p^n \quad , \tag{1.82}$$

т.е. предавателната функция на система, описвана с диференциално уравнение (1.80), е:

$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \ldots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n} = \frac{B(p)}{A(p)}. \tag{1.83}$$

Всяка от каноничните форми, които ще бъдат разгледани по-долу, използва обобщения модел на системата или от тип (1.80), или от тип (1.83), за конструиране на матриците на системата в пространството на състоянието. Каноничните форми са подходящи за представяне на системи с един вход и един изход. Това е така, тъй като едно диференциално уравнение или една предавателна функция описват динамиката на система само с един вход и един изход, или дават връзката между само един вход и един изход на многомерна система.

Правилата за създаване на матриците **A, B, C** и **D** от (1.19) и (1.20) при каноничните форми са така дефинирани, че тези матрици да се получат с възможно най-голям брой нули и единици.

За всички канонични форми важи правилото, че коефициентът a_0 в диференциалното уравнение (1.80), съответно в предавателната функция (1.83) трябва да е равен на единица. Ако този коефициент не е единица, то уравнението (1.80) се разделя на a_0, при което разбира се променят всички останали коефициенти и те стават съответно $\overline{a}_i = \dfrac{a_i}{a_0},\ i = 1 \div n$, $\overline{b}_j = \dfrac{b_j}{a_0},\ j = 1 \div m$. Аналогично се постъпва и с модела (1.83), ако той ще е изходната точка за създаване на матриците в избраната канонична форма - числителят и знаменателят на предавателната функция се разделят на коефициента a_0.