1.2.2. Представяне на нелинейни системи в пространството на състоянието.

Представянето на системи в пространството на състоянието е приложимо и при нелинейните системи за управление. При тях първоначално се намират равновесните точки на системата, които за разлика от линейните системи могат да повече от една на брой. Намирането на равновесните точки става като се приравни дясната част на уравнението на състоянието (1.7) на нула и се реши получената система алгебрични уравнения от n-ти ред:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t),\mathbf{u}(t)) = 0\,. \tag{1.21}$$

Нека $\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} x^*_1 & x^*_2 & \cdots & x^*_n \end{bmatrix}^T$ е едно от решенията на системата (1.21), т.е. това са координатите на една от равновесните точки в пространството на състоянието.

При нелинейните системи обикновено се извършва локален анализ на системата, при който се изследва нейната динамика около избрана точка. Локалният анализ на нелинейна система, дефинирана с уравнения (1.7) и (1.8), би могъл лесно да бъде извършен, ако системата се представи в стандартния запис:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t)\,,\\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)\end{aligned}$$

на линейна система в пространството на състоянието.

За да се достигне до този запис е необходимо нелинейната система:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t),\mathbf{u}(t))\,, \tag{1.7}$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(t),\mathbf{u}(t))\,, \tag{1.8}$$

да се линеаризира в околността на равновесната й точка $\mathbf{x}^*$. Линеаризацията се извършва чрез конструирането на т.н. матрици на Якоби, които имат вида:

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \frac{\partial f_{n-1}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{n-1}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{n-1}}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_{n-1}}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*}, \tag{1.22}$$

$$\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \frac{\partial f_1}{\partial u_3} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \frac{\partial f_2}{\partial u_3} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial u_m} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \frac{\partial f_{n-1}}{\partial u_1} & \frac{\partial f_{n-1}}{\partial u_2} & \frac{\partial f_{n-1}}{\partial u_3} & \cdots & \frac{\partial f_{n-1}}{\partial u_m} \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \frac{\partial f_n}{\partial u_3} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{bmatrix}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*}, \tag{1.23}$$

$$\mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} & \frac{\partial g_1}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} & \frac{\partial g_2}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \frac{\partial g_{p-1}}{\partial x_1} & \frac{\partial g_{p-1}}{\partial x_2} & \frac{\partial g_{p-1}}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial g_{p-1}}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_p}{\partial x_1} & \frac{\partial g_p}{\partial x_2} & \frac{\partial g_p}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial g_p}{\partial x_n} \end{bmatrix}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*}, \tag{1.24}$$

$$\mathbf{D} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} = \left.\begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \frac{\partial g_1}{\partial u_2} & \frac{\partial g_1}{\partial u_3} & \cdots & \frac{\partial g_1}{\partial u_m} \\ \frac{\partial g_2}{\partial u_1} & \frac{\partial g_2}{\partial u_2} & \frac{\partial g_2}{\partial u_3} & \cdots & \frac{\partial g_2}{\partial u_m} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \frac{\partial g_{p-1}}{\partial u_1} & \frac{\partial g_{p-1}}{\partial u_2} & \frac{\partial g_{p-1}}{\partial u_3} & \cdots & \frac{\partial g_{p-1}}{\partial u_m} \\ \frac{\partial g_p}{\partial u_1} & \frac{\partial g_p}{\partial u_2} & \frac{\partial g_p}{\partial u_3} & \cdots & \frac{\partial g_p}{\partial u_m} \end{bmatrix}\right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*}. \tag{1.25}$$