1.2.1. Представяне на линейни системи в пространството на състоянието.

При линейните системи за управление, с каквито ще се работи основно в този курс, уравненията на състоянието (1.4) за нестационарна линейна система (линейна система с променливи параметри) ще бъдат:

$$
\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = a_{11}(t)x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \ldots + a_{1n}x_n(t) + \\
&\qquad + b_{11}(t)\, u_1(t) + b_{12}(t)u_2(t) + \ldots + b_{1m}(t)u_m(t), \\
&\dot{x}_2(t) = a_{21}(t)x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \ldots + a_{2n}x_n(t) + \\
&\qquad + b_{21}(t)\, u_1(t) + b_{22}(t)u_2(t) + \ldots + b_{2m}(t)u_m(t), \\
&\vdots \\
&\dot{x}_n(t) = a_{n1}(t)x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \ldots + a_{nn}x_n(t) + \\
&\qquad + b_{n1}(t)\, u_1(t) + b_{n2}(t)u_2(t) + \ldots + b_{nm}(t)u_m(t).
\end{aligned}
\tag{1.11}
$$

Аналогично за уравненията за изходните реакции (1.5) за нестационарна линейна система се получават изразите:

$$
\begin{aligned}
&y_1(t) = c_{11}(t)x_1(t) + c_{12}x_2(t) + \ldots + c_{1n}x_n(t) + \\
&\qquad + d_{11}(t)\, u_1(t) + d_{12}(t)u_2(t) + \ldots + d_{1m}(t)u_m(t), \\
&y_2(t) = c_{21}(t)x_1(t) + c_{22}x_2(t) + \ldots + c_{2n}x_n(t) + \\
&\qquad + d_{21}(t)\, u_1(t) + d_{22}(t)u_2(t) + \ldots + d_{2m}(t)u_m(t), \\
&\vdots \\
&y_p(t) = c_{p1}(t)x_1(t) + c_{p2}x_2(t) + \ldots + c_{pn}x_n(t) + \\
&\qquad + d_{p1}(t)\, u_1(t) + d_{p2}(t)u_2(t) + \ldots + d_{pm}(t)u_m(t).
\end{aligned}
\tag{1.12}
$$

По такъв начин уравненията на състоянието (1.9) и на наблюдението (1.10) за *линейна нестационарна система* могат да бъдат записани в компактната векторно-матрична форма:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t), \tag{1.13}$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t). \tag{1.14}$$

Матриците $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{C}(t)$ и $\mathbf{D}(t)$ са съответно:

$$
\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix}
a_{11}(t) & a_{12}(t) & a_{13}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\
a_{21}(t) & a_{22}(t) & a_{23}(t) & \cdots & a_{2n}(t) \\
\vdots & & & & \vdots \\
a_{n-1,1}(t) & a_{n-1,2}(t) & a_{n-1,3}(t) & \cdots & a_{n-1,n}(t) \\
a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & a_{n3}(t) & \cdots & a_{nn}(t)
\end{bmatrix}, \tag{1.15}
$$

$$\mathbf{B}(t)=\begin{bmatrix} b_{11}(t) & b_{12}(t) & b_{13}(t) & \cdots & b_{1m}(t) \\ b_{21}(t) & b_{22}(t) & b_{23}(t) & \cdots & b_{2m}(t) \\ \vdots & & & & \vdots \\ b_{n-1,1}(t) & b_{n-1,2}(t) & b_{n-1,3}(t) & \cdots & b_{n-1,m}(t) \\ b_{n1}(t) & b_{n2}(t) & b_{n3}(t) & \cdots & b_{nm}(t) \end{bmatrix}, \tag{1.16}$$

$$\mathbf{C}(t)=\begin{bmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & c_{13}(t) & \cdots & c_{1n}(t) \\ c_{21}(t) & c_{22}(t) & c_{23}(t) & \cdots & c_{2n}(t) \\ \vdots & & & & \vdots \\ c_{p-1,1}(t) & c_{p-1,2}(t) & c_{p-1,3}(t) & \cdots & c_{p-1,n}(t) \\ c_{p1}(t) & c_{p2}(t) & c_{p3}(t) & \cdots & c_{pn}(t) \end{bmatrix}, \tag{1.17}$$

$$\mathbf{D}(t)=\begin{bmatrix} d_{11}(t) & d_{12}(t) & d_{13}(t) & \cdots & d_{1m}(t) \\ d_{21}(t) & d_{22}(t) & d_{23}(t) & \cdots & d_{2m}(t) \\ \vdots & & & & \vdots \\ d_{p-1,1}(t) & d_{p-1,2}(t) & d_{p-1,3}(t) & \cdots & d_{p-1,m}(t) \\ d_{p1}(t) & d_{p2}(t) & d_{p3}(t) & \cdots & d_{pm}(t) \end{bmatrix}. \tag{1.18}$$

Матрицата **A** се нарича *матрица на системата* и е с размерност $n \times n$. Матрицата **B** се нарича *матрица на входа* и е с размерност $n \times m$. Матрицата **C** се нарича *матрица на изхода* и е с размерност $p \times n$. Матрицата **D** се нарича *матрица на обхода* и е с размерност $p \times m$.

При *линейни стационарни системи* уравненията на състоянието и на наблюдението са:

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{A}\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}\mathbf{u}(t), \tag{1.19}$$
$$\mathbf{y}(t)=\mathbf{C}\mathbf{x}(t)+\mathbf{D}\mathbf{u}(t), \tag{1.20}$$

т.е. всички елементи на матриците **A, B, C** и **D** са константи:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}=\begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{p1} & \cdots & c_{pn} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}=\begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{p1} & \cdots & d_{pm} \end{bmatrix}.$$

За *линейна нестационарна едномерна система*, т.е. за система с един вход $u(t)$ $(m=1)$ и един изход $y(t)$ $(p=1)$, матрицата **A** запазва своята размерност и отново има вида (1.15), а размерностите на матриците **B, C** и **D** се променят съответно за **B** от $n\times m$ на $n\times 1$, за **C** от $p\times n$ на $1\times n$ и за **D** от $p\times m$ на 1×1:

$$\mathbf{A}(t)=\begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & a_{13}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & a_{23}(t) & \cdots & a_{2n}(t) \\ \vdots & & & & \vdots \\ a_{n-1,1}(t) & a_{n-1,2}(t) & a_{n-1,3}(t) & \cdots & a_{n-1,n}(t) \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & a_{n3}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{bmatrix},\ \mathbf{B}(t)=\begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_{n-1}(t) \\ b_n(t) \end{bmatrix},$$

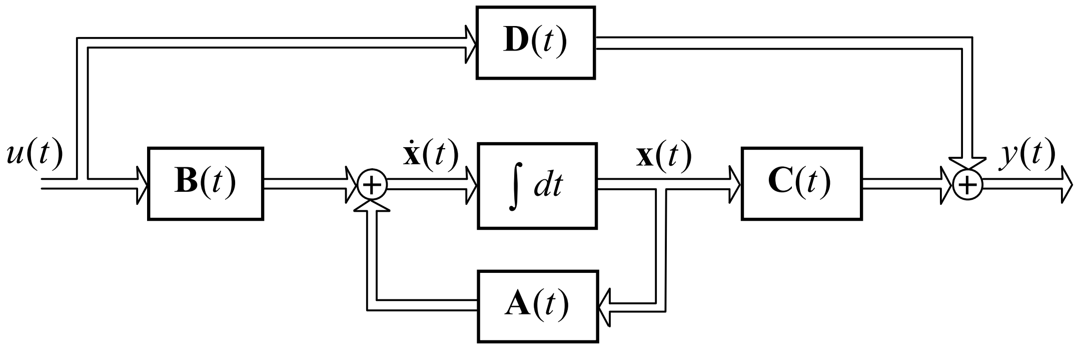
$$\mathbf{C}(t)=\begin{bmatrix} c_1(t) & c_2(t) & \cdots & c_{n-1}(t) & c_n(t) \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{D}(t)=\begin{bmatrix} d(t) \end{bmatrix}.$$

За *линейна стационарна едномерна система* матриците **A, B, C** и **D** имат същите като горните размерности и всичките им елементи са константи:

$$\mathbf{A}(t)=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & a_{n-1,3} & \cdots & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix},\ \mathbf{B}(t)=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}(t)=\begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_{n-1} & c_n \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{D}(t)=\begin{bmatrix} d \end{bmatrix}.$$

На Фиг. 1.4 е показана графична интерпретация на уравненията на състоянието и на наблюдението (1.13) и (1.14) на многомерна нестационарна линейна система във вид на структурна схема.



Фиг.1.4. Структурна схема на многомерна нестационарна линейна система за управление, представена в пространството на състоянието