1.1. Пространство на състоянието - основни дефиниции

В съвременната Теория на управлението се използват няколко основни понятия, свързани с термина "състояние" - *състояние на системата*, *променливи на състоянието*, *вектор на състоянието*, *пространство на състоянието, траектория на състоянието*.

Определение 1.1. ***Състояние*** *на една система за управление се нарича минималният брой променливи на тази система, които позволяват да се определи поведението на системата за* $t > t_0$*, при условие че са известни стойностите им в момента* $t = t_0$*, известен е входният сигнал на системата* $u(t)$*, както и точният математичен модел на системата.*

От **Определение 1.1** следва дефиницията за променливи на състоянието:

Определение 1.2. ***Променливи на състоянието*** *на една система за управление се наричат тези променливи на системата, които могат да определят бъдещето поведение на системата при известни настоящо състояние, входен сигнал и точен математичен модел на системата.*

Променливите на състоянието се означават с буквата x - $x_1(t), x_2(t), x_3(t)...$ Броят на променливите на състоянието на една система съвпада с броя на независимите начални условия на системата, т.е. с реда на системата n. Прието е променливите на състоянието да се групират във вид на вектор-стълб:

Определение 1.3. ***Вектор на състоянието*** *на една система за управление е вектор-стълб с n елемента, в който са подредени променливите на състоянието на системата.*

Векторът на състоянието се означава с $\mathbf{x}(t)$, има размерност $n \times 1$ и общият му вид за система от n-ти ред е:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}. \tag{1.1}$$

Ако се формира едно n-мерно пространство, по осите на което се нанесат променливите $x_i(t)$, се получава т.н. пространство на състоянието:

Определение 1.4. ***Пространство на състоянието*** *на една система за управление се нарича n-мерно пространство, чиито координати са променливите на състоянието на системата* $x_i(t)$.

Пространството на състоянието е много удобен инструмент за представяне на динамиката на една система в нагледна и лесна за възприемане форма.

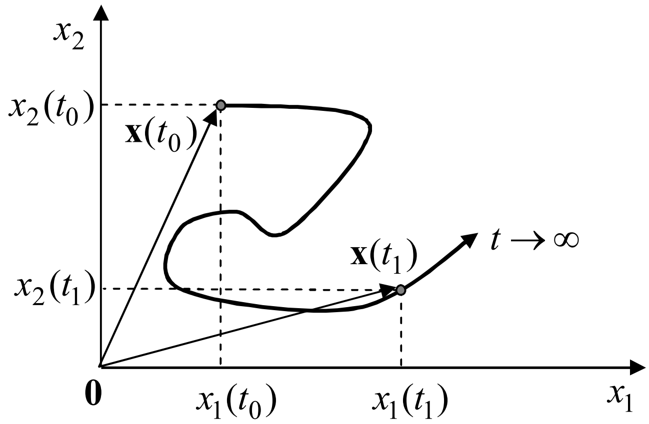
Определение 1.5. ***Траектория на състоянието*** *на една система за управление се нарича кривата в пространството на състоянието на тази система, която върха на вектора на състоянието описва при* $t > t_0$.

Пример за система от втори ред.

Смисълът на пространството на състоянието най-лесно може да бъде разбран за система от втори ред. Една система от втори ред има две независими начални условия. Векторът на състоянието й е:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}.$$

Тъй като системата е от втори ред, нейното пространство на състоянието фактически е една равнина, по осите на която се нанасят двете променливи на състоянието. Ако са зададени началните условия на системата $x_1(t_0)$ и $x_2(t_0)$, те дефинират една точка в равнината, както е показано на Фиг.1.1. Векторът на състоянието $\mathbf{x}(t_0)$ на системата в момента $t = t_0$ е вектор в равнината с начало в началото на координатната система и край в тази точка. С нарастване на времето всяка от променливите на състоянието се изменя, съответно се измества изобразяващата точка в пространството на състоянието, т.е. върхът на вектора на състоянието започва да се движи и описва определена крива в пространството, в случая - в равнината. Това е траекторията на състоянието. Така за всеки момент от времето от траекторията на състоянието могат да се снемат координатите на интересуващата ни точка, например за момента $t = t_1$ променливите на състоянието на системата имат стойности $x_1(t_1)$ и $x_2(t_1)$.



Фиг.1.1. Пространство (равнина) на състоянието за система от втори ред

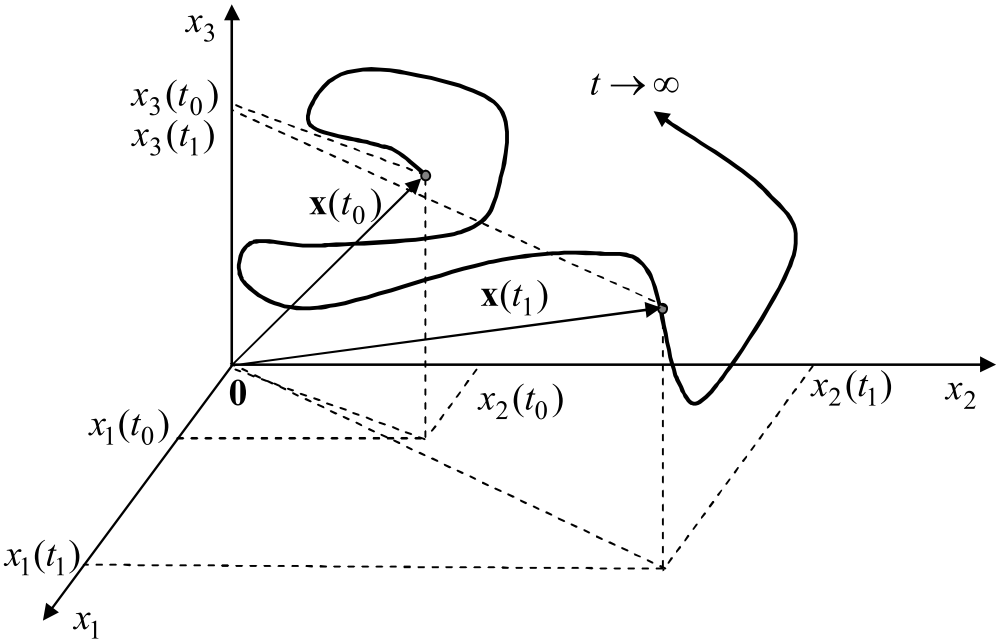
От примера се вижда и един недостатък на илюстрирането на динамиката на системи в пространството на състоянието - в това пространство основната независима променлива на системата - времето t не фигурира в явен вид, т.е. пространството на състоянието не дава информация за протичането на процесите в системата във времето.

Пример за система от трети ред.

Векторът на състоянието на система от трети ред е:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}.$$

Началните условия на системата са $x_1(t_0)$, $x_2(t_0)$ и $x_3(t_0)$. По аналогичен начин на примера за система от втори ред тези начални условия по същество са координатите на точка в тримерно пространство, по осите на които са нанесени променливите на състоянието на системата $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_3(t)$. Пространството на състоянието на система от трети ред е илюстрирано на Фиг. 1.2. От траекторията на състоянието могат да бъдат снети координатите на точка в произволен момент от времето $\infty > t \geq t_0$. Например в момента $t = t_1$ променливите на състоянието на системата имат стойности $x_1(t_1)$, $x_2(t_1)$ и $x_3(t_1)$.



Фиг.1.2. Пространство на състоянието за система от трети ред

Ако системата е от четвърти или по-висок ред пълното й пространство на състоянието не може да се визуализира, но могат да се изчертаят негови двумерни и тримерни проекции или т.н. подпространства на състоянието. Например една система от четвърти ред с четири променливи на състоянието има четиримерно пространство на състоянието, което не може да бъде визуализирано. Могат да се изчертаят обаче тримерните му проекции, които са подпространствата $(x_1(t), x_2(t), x_3(t))$, $(x_1(t), x_2(t), x_4(t))$, $(x_1(t), x_3(t), x_4(t))$ и $(x_2(t), x_3(t), x_4(t))$ и по тях да се прецени каква е динамиката на системата. По аналогичен начин могат да се визуализират двумерните проекции на четиримерното пространство, т.е. равнините $(x_1(t), x_2(t))$, $(x_1(t), x_3(t))$ и т.н.